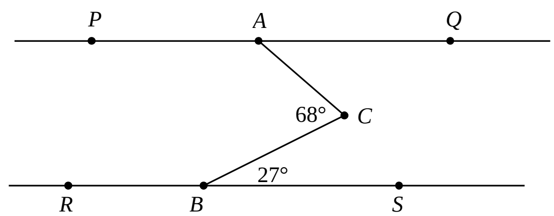
XXXVII Olimpiada Matemática Argentina
Certamen Zonal
Primer Nivel

1. Cuatro amigos de edades diferentes tienen 206 monedas en total. Cada uno de ellos (excepto el menor) tiene 5 monedas más que la mitad de las monedas que tienen, en conjunto, todos los amigos más jóvenes que él. Determinar la cantidad de monedas que tiene el menor de los amigos.

2. Juan debe subir una escalera con 7 escalones. En un paso él puede subir 1, 2 o 3 escalones. Por ejemplo, podría subir 3 escalones, después 1, después 2 y finalmente 1. Determinar la cantidad de maneras diferentes en las que Juan puede subir la escalera.

3. Las rectas PQ y RS son paralelas. ¿Cuál es el valor del ángulo QÂC?

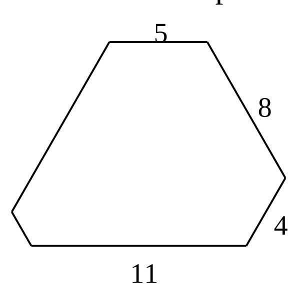


4. En el cuadrado mágico de 3×3 la suma de los tres números de cada fila, la suma de los tres números de cada columna y la suma de los tres números de cada una de las dos diagonales son iguales. Ya se han escrito tres números (ver figura). Determinar el número que se debe escribir en la casilla que tiene la X.

		7
X		
	10	3

5. Determinar la cantidad de números enteros positivos menores que 1000, que son múltiplos de 3 y tales que la suma de sus dígitos es múltiplo de 7.

6. El hexágono de la figura tiene sus 6 ángulos iguales a 120° y cuatro de sus lados miden 5, 8, 4 y 11 como se ve en la figura. Determinar el perímetro del hexágono.



XXXVII Olimpiada Matemática Argentina
Certamen Zonal
Segundo Nivel

1. Gastón escribió la lista de todos los números enteros n, con $100 \leq n \leq 999$, tales que sus dígitos decrecen de izquierda a derecha. Por ejemplo, 421 y 970 están en la lista de Gastón, pero 733 y 994 no figuran en su lista. Determinar la cantidad de números que tiene la lista.

2. Diego tiene 4 fichas blancas y 8 fichas negras y quiere ubicarlas en una fila de modo que siempre cada ficha blanca tenga inmediatamente a su derecha una ficha negra. Determinar de cuántas maneras puede hacerlo.

3. En el triángulo ABC sean E y D puntos en los lados AB y BC respectivamente. La circunferencia de centro E pasa por A, C y D, y la circunferencia de centro D pasa por B y E. Si $B\hat{A}C=63^{\circ}$, calcular la medida de $A\hat{C}B$.

4. En un torneo, el premio para cada ganador fue de $200 y se pagó con billetes de $5, $10 y $20. Todos los ganadores recibieron la misma cantidad de billetes de exactamente dos de los valores posibles. Por ejemplo, uno de ellos recibió 8 billetes de $5, 8 billetes de $10 y 4 billetes de $20. Además, no hubo dos ganadores que recibieran la misma cantidad en cada uno de los valores de los billetes.
Determinar el mayor número de ganadores que pudo tener el torneo.
Aclaración. Alguna/s de las cantidades de billetes puede ser cero.

5. Alex escribió una lista de 16 números enteros tales que

- Para cada 7 números consecutivos de la lista, su suma es siempre igual a -1.
- Para cada 11 números consecutivos de la lista, su suma es siempre igual a 1.

Dar el décimo número de la lista de Alex.

6. El cuadrilátero ABCD tiene AB=4, BC=5, CD=6, DA=3 y $D\hat{A}B=90^{\circ}$. Determinar el área del cuadrilátero ABCD.

XXXVII Olimpiada Matemática Argentina
Certamen Zonal
Tercer Nivel

1. María escribe en el pizarrón 8 números enteros positivos primos menores que 200, no necesariamente distintos y no necesariamente en orden creciente. Luego le suma 1 al primero, 2 al segundo, 3 al tercero y así siguiendo hasta sumarle 8 al octavo primo. Finalmente multiplica los 8 números obtenidos. Finalmente considera el mayor n tal que 2^n divida a la multiplicación obtenida. ¿Cuál es el máximo valor que puede tomar n al elegir María convenientemente los primos?

2. Pablo hizo una lista que contiene a todos los enteros positivos n, menores que 2020, tales que n es múltiplo de 4, n+1 es múltiplo de 5 y n+2 es múltiplo de 6. Determinar la cantidad de números que tiene la lista de Pablo.

3. En el interior del cuadrado ABCD de lado AB=BC=CD=DA=60, sean P y Q dos puntos que pertenecen al segmento une los puntos medios de los lados AD y BC, con P más próximo a AD que a BC y Q más próximo a BC que a AD. Los segmentos PA, PC, QA y QC dividen al cuadrado en 3 cuadriláteros: ADCP, APCQ y AQCB. Calcular la medida de PQ si los tres cuadriláteros tienen la misma área.

4. Sea a_i la progresión aritmética $a_0=7$, $a_1=24$, $a_2=41$, …
Determinar el menor valor de n para que a_n tenga todos sus dígitos iguales a 4.

5. Se ubican los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 en las casillas de un tablero de 3×3, uno en cada casilla. Se considera el menor número de cada columna y sea a el mayor de esos tres números. Se considera el mayor número de cada fila y sea b el menor de esos tres números. Determinar de cuántas maneras se pueden distribuir los 9 números en el tablero de modo que a=b=4.

6. Sea ABC un triángulo y sean D, E y F los puntos medios de BC, CA y AB respectivamente. Si la mediana AD es perpendicular a la mediana BE, AD=36 y BE=27. Calcular la longitud de la mediana CF.